

Adı Soyadı:
Numarası:

Cevap Anahtarı

GRUP TEORİ QUIZ SINAVI SORULARI

1) G çarpımsal grup olmak üzere

$$*: (G \times G) \times G \rightarrow G$$

$$((a, b), x) \rightarrow (a, b) * x = axb^{-1}$$

ile tanımlanan $*$ dönüşümü $G \times G$ grubunun G üzerine bir etkisidir, gösteriniz.

$$c-1) * : (G \times G) \times G \rightarrow G, ((a, b), x) = axb^{-1}$$

$$i) (e, e) \in G \times G \text{ ve } \forall a \in G \text{ için } (e, e) * a = ea e^{-1} = a$$

$$ii) \forall (a, b), (c, d) \in G \times G \text{ ve } \forall x \in G \text{ için}$$

$$\begin{aligned} ((a, b) \cdot (c, d)) * x &= (ac, bd) * x = (ac)(x)(bd)^{-1} \\ &= (ac)x(d^{-1}b^{-1}) \\ &= a(cx d^{-1})b^{-1} \\ &= a((c, d) * x)b^{-1} \\ &= (a, b) * ((c, d) * x) \end{aligned}$$

2) G grubu A kümesi üzerine etki etsin. $\forall a \in A$ için $G_a = \{g \in G : ga = a\}$ kümesinin G nin alt grubu olduğunu gösteriniz.

c-2) G A üzerine etki etsin. $e \in G$ ve $\forall a \in A$ için

$$ea = a \text{ olup } e \in G_a \Rightarrow G_a \neq \emptyset$$

$$\forall g_1, g_2 \in G_a \text{ ve } \forall a \in A \text{ için } g_1 a = a, g_2 a = a \text{ olup}$$

$$(g_1 g_2)(a) = g_1(g_2 a) = g_1 a = a \Rightarrow g_1 g_2 \in G_a$$

$$\forall g \in G_a, \forall a \in A \quad ga = a \Rightarrow a = g^{-1} a \text{ olup } g^{-1} \in G_a$$

$$\Rightarrow G_a \leq G \text{ bulunur.}$$